Олимпиадная работа по математике
ученицы 9 „А" класса
Тхагапсовой Фатимы

№1. Пусть I множитель – x; II множитель – y.
Если I множ. увеличить на 1, то получится $(x+1)$,
а второй множ. уменьшить на 1, то – $y-1$.

Решение:

$(x+1)(y-1) = xy + 2011$

$xy + y - x = xy + 2011$

$xy + y - x - xy = 2011$

$y - x = 2011.$

3б

№2. Пусть лошадь купил за x пистолей.
Продали за 24 пистоля, теряя x%, т.е. $x - 24$ пистол.

$x - 100\%$ $\quad x - 24 - x\%$.

Решение:

$\frac{x - 24}{x} \cdot 100\% = x$

$100(x-24) = x^2$

$100x - 2400 = x^2$

$100x - 2400 - x^2 = 0.$

$x^2 - 100x - 2400 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 100^2 - 4 \cdot 2400 = 10000 - 9600 = 400 = 20^2.$

$D > 0$ – два корня.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{100 \pm 20}{2}$

$x_1 = \frac{100+20}{2} = \frac{120}{2} = 60$

$x_2 = \frac{100-20}{2} = \frac{80}{2} = 40.$

7б

Ответ: Значит, некто купил лошадь либо за 40 пистолей, либо за 60 пистолей.

№3. Пусть кол-во мужчин — x, тогда женатых — $\frac{2}{3}x$

Кол-во женщин — y, тогда замужних $\frac{3}{5}y$, т.е. $\frac{2}{3}x = \frac{3}{5}y$

Всего мужчин и женщин — $x+y=1900$.

Из условий задачи следует система уравнений:

$$\begin{cases}\frac{\overset{5}{\cancel{2}}}{\cancel{3}x} = \frac{\overset{3}{\cancel{3}}}{5}y \;\Big|\cdot 15 \\ x+y=1900\end{cases}$$

$$\begin{cases}10x = 9y \\ x = 1900-y\end{cases}$$

$$x=\frac{9y}{10}$$

$$\frac{19}{10}y = 1900$$

$$y = 1900 : \frac{19}{10}$$

$$y = \overset{100}{\cancel{1900}} \cdot \frac{10}{\cancel{19}}$$

$$y=1000$$

Женщин — 1000.

$\frac{3}{5} \cdot 1000 = 600.$

Замужних женщин — 600

7б

$1900-1000=900$

Мужчин — 900

$\frac{2}{3} \cdot 900 = 600$

Женатых мужч. — 600

$600+600=1200$

1200 чел-к состоят в браке.

Ответ: 1200.

№4. Пусть уроков было N.

Пусть Петя победил a раз, Коля b раз,

Вася — c.

Решение:

Пусть Петя пропустил 1 урок, то есть был на N−1 ур.

Тогда:

1. $4a+1(N-1-a) = N+3a-1 = 29$ конф. (Петя)
2. $4b+1(N-b) = N+3b = 32$ конф. (Коля)
3. $4c+1(N-c) = N+3c = 37$ конф. (Вася)

Из 1 уравнения следует:

$N+3a=30$

$N=30-3a=3(10-a)$

$N=3.$

Тогда $N-3b$ и $N-3c$ тоже были бы равны 3, но это не так, значит, урок пропустил не Петя.

Пусть урок пропустил Коля.

Тогда:

1. $4a+1(N-a)=N+3a=29$ конф. (Петя)
2. $4b+1(N-1-b)=N+3b-1=32$ конф. (Коля)
3. $4c+1(N-c)=N+3c=37$ конф. (Вася)

Тогда из 2 уравнения следует:

$N+3b=33$

$N=33-3b=3(11-b)$

$N = 3.$

7б

Значит, Коля тоже не пропускал урок.

Пусть урок пропустил Вася.

Тогда:

1. $4a+1(N-a)=N+3a=29$ конф. (Петя)
2. $4b+1(N-b)=N+3b=32$ конф. (Коля)
3. $4c+1(N-c-1)=N+3c-1=37$ конф. (Вася)

Из 3 уравнения следует:

$N=38-3c$

N на 3 не делится

Следовательно, урок пропустил Вася.

Ответ: Вася.

6. Пусть AD и CE − высоты $\triangle ABC$

O − точка их пересечения

$\angle AOE = 60°$

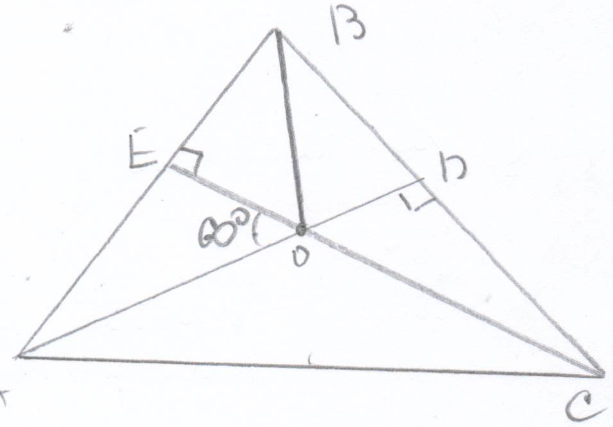
$OE = \frac{AO}{2}$ т. е. $OE = OD$

Значит, $OEB = ODB$ (BO − общ. гипот.)

$BE = BD$,

$\angle ABC = 90°$

$\angle AOE = 90°$.



4б

?