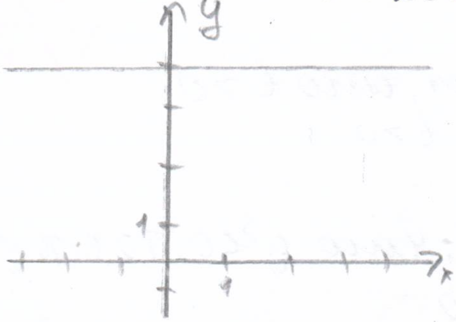
Олимпиадная работа
по математике
ученика 11 „А" класса
Шибзухова Алима.

1. Решение:

$y=\sqrt{4\sin^4x-2\cos 2x+3}+\sqrt{4\cos^4x+2\cos 2x+3}=\sqrt{4\sin^4x-2(1-\sin^2x)+3}+$
$+\sqrt{4\cos^4x+2(2\cos^2x-1)+3}=\sqrt{4\sin^4x+2+4\sin^2x+3}+\sqrt{4\cos^4+4\cos^2x-2+3}=$
$=\sqrt{4\sin^4x+4\sin^2x+1}+\sqrt{4\cos^4x+4\cos^2x+1}=2\sin x+1+2\cos^2x+1=$
$=2(\cos^2x+\sin^2x)+2=2\cdot1\cdot2=4.$



7б

2. Решение: $x^2+(2-a)x-a-3=0$

По теореме Виета:

$x_1+x_2=a-2$

$x_1\cdot x_2=-(a+3)$

Найдем сумму квадратов корней уравнения

$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2=(a-2)^2-2\cdot(-a-3)=$
$=a^2-4a+4+2a+6=a^2-2a+10.$

Рассмотрим функцию

$f(a)=a^2-2a+10$

7б

Граффиком функции является порабола ветви которого направлены вверх. Граффик принимает наименьшее значение в вершине

$a=-\frac{-2}{2}=1.$

Ответ: $a=1$.

4. Решение:

Сумма 100 последовательных натуральных чисел содержит ровно 50 нечетных слогаемых из-за этого оно является четным числом.
А сумма 98 последовательных натуральных чисел является нечетным числом, так как оно содержит ровно 49 нечетных слогаемых.
Из-за этого эти суммы оканчиваются на цифры разной четности. Ответ: не может.

7б

3. Числа x, y, z и t таковы, что $x^3 > y^3$, $y > z^3$, $z > t^3$, $t > x^3$. Докажите, что $xyzt > 0$

Решение:

I. 1) Пусть $x<0$, тогда из $x>y^3$ следует, что $y^3<0$, т.е. $y<0$.

2) Пусть $y<0$, тогда из $y>z^3$ следует, что $z^3<0$, т.е. $z<0$

3) Пусть $t<0$, тогда из $t>x^3$ следует, что $x^3<0$, т.е. $x<0$

4) Если $z<0$, тогда из $z>t^3$ следует, что $t^3<0$, т.е. $t<0$.

След-но все числа отриц-ые, и их произведение положительны.

7б

II. 1) Если $x>0$, то из $t>x^3$ следует, что $t>0$

Далее точно также $z>0$ $y>0$ $t>0$

Значит $xyzt>0$.

III. Если $x=0$, то из $x>y^3$ следует, что $y^3<0$, то есть $y<0$.

Далее точно также $z<0$ $t<0$.

А из $t>x^3$ следует, что $x<0$. Получилось противоречие.

Вывод: случай $x=0$ невозможен.

5. Дано: ABCD-впис. в окруж. AF ∥ BC

Док-ть, что △ADF касается AC.

Доказательство:

1) AC ∥ BC по услов.

1б